

Feuille d'exercices n°12 :  
Résolution de systèmes linéaires

### Résolution de systèmes linéaires

#### Exercice 1. (★)

Résoudre les systèmes suivants.

a.

$$\begin{cases} x + y + z - 2t = -8 \\ x + y - 2z + t = 4 \\ x - 2y + z + t = -2 \\ 2x - y - z - t = -1 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

#### Exercice 2. (★)

On cherche un polynôme  $P$  de degré 3 qui vérifie  $P(1) = P(-1) = P'(1) = 1$ .

1) Un tel polynôme existe-t-il? Est-il unique?

2) Même question pour un polynôme  $P$  de degré 4 vérifiant  $P(i) = i$ , pour  $i = 0, 1, 2, 3$  et 4.

#### Exercice 3. (★)

Résoudre les systèmes suivants.

a)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 8y = -6 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 2 \\ 6x + 5y + z = 3 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} -x + 5y = 5 \\ 2x + 7y + z = -6 \\ -9x + y - 7z = 0 \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = -25 \\ x + 2y - 3z = 20 \\ 3x + y - 2z = 14 \end{cases}$$

e)

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ -y + z = -1 \\ -x - z = -2 \end{cases}$$

f)

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 1 \\ -x - 3y + 8z - 9t = 3 \end{cases}$$

g)

$$\begin{cases} x + 2y + 3t = 1 \\ -y + 9z = 2 \\ -2y + 19z - t = 3 \\ 5x + 11y - 9z + 16t = 4 \end{cases}$$

**Exercice 4. (★)**

Résoudre les systèmes suivants.

a)

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 13 \\ 2x + 4y - 5z = -12 \\ 3x - 2y - z = 3 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 2y - z = 1 \\ -2x - 4y + 3z = -1 \\ x + y - 3z = -6 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} x + y + z + t = 2 \\ 2x + y + z + t = 1 \\ x + 2y + 2z = 2 \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 2t = 6 \\ 2x - y - 2z - 3t = 8 \\ 3x + 2y - z + 2t = 4 \\ 2x - 3y + 3z + t = -8 \end{cases}$$

e)

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ -x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

f)

$$\begin{cases} 3x + 2z = 0 \\ 3y + z + 3t = 0 \\ x + y + z + t = 0 \\ 2x - y + z - t = 0 \end{cases}$$

**Résolution de systèmes linéaires paramétrés****Exercice 5. (★)**Déterminer selon les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$  le nombre de solutions du système.

Calculer l'ensemble des solutions lorsque celui-ci est non vide.

$$\begin{cases} x + 2y - z = a \\ -2x - 3y + 3z = b \\ x + y - 2z = c \end{cases}$$

**Exercice 6. (★★)**Résoudre, en discutant selon la valeur du paramètre  $m$ , les systèmes suivants.

a)

$$\begin{cases} -m x - y = 0 \\ -3 x + (2-m)y = 0 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} -m x - y = 0 \\ x - m y = 0 \end{cases}$$

**Exercice 7. (★★)**Résoudre, en discutant selon la valeur du paramètre  $m$ , les systèmes suivants.

a)

$$\begin{cases} (1-m)x + 2y - z = 0 \\ -2x - (3+m)y + 3z = 0 \\ x + y - (2+m)z = 0 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} (2-m)x - y + 5z = 0 \\ -x + (2-m)y + 7z = 0 \\ -x + 2y + (7-m)z = 0 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} -(1+m)x + 2y + 3z = 0 \\ -x - my + z = 0 \\ x + y - (1+m)z = 0 \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} (3-m)x + y - 5z = 0 \\ - (1+m)y = 0 \\ 4x + y - (6+m)z = 0 \end{cases}$$