

DS Vocabulaire n° 6

Lundi 13 juin

Nom :**Prénom :**

On considère la fonction $f : x \mapsto 4 - \frac{1}{4} \ln(x)$. On définit alors la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

On rappelle les valeurs approchées suivantes : $\ln(2) \simeq 0.69$ et $\ln(3) \simeq 1.1$.

1. Démontrer que l'intervalle $I = [3, 4]$ est stable par f .

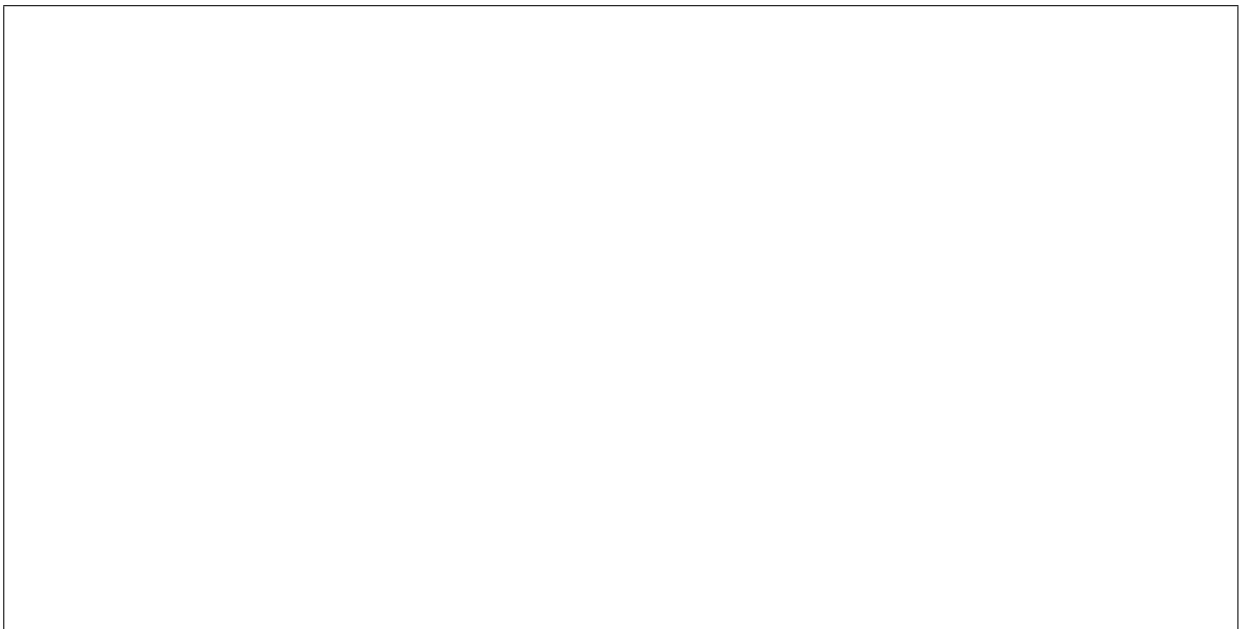
2. En déduire par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in I$.

3. Calculer la dérivée f' de f et prouver l'inégalité suivante pour $x \in I$: $|f'(x)| \leq \frac{1}{12}$.



4. On admet qu'il existe un unique $r \in I$ tel que $f(r) = r$.

Prouver l'inégalité suivante, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$: $|u_{n+1} - r| \leq \frac{1}{12} |u_n - r|$.



5. Déduire de ce qui précède qu'on a, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $|u_n - r| \leq \left(\frac{1}{12}\right)^n$.

