

DS Vocabulaire n° 7

Lundi 20 juin

Nom :

Prénom :

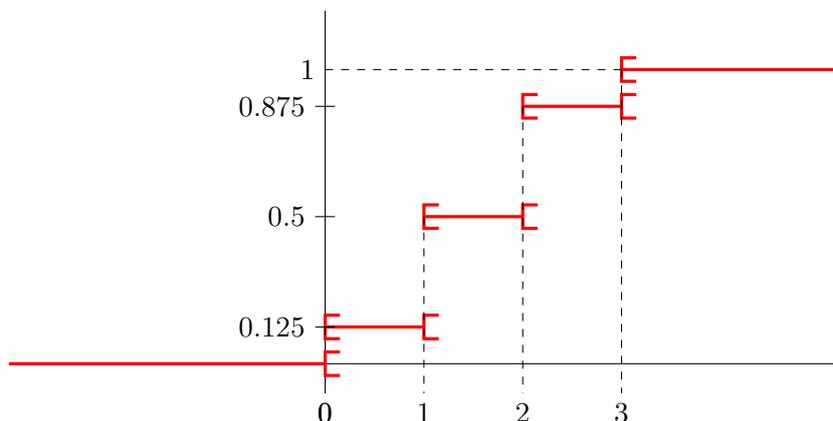
1. Compléter les informations manquantes.

	Notation	Paramètres	$X(\Omega)$	$\mathbb{P}(X = k)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$
Loi uniforme	$\mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$	$n \in \mathbb{N}^*$	$\llbracket 1, n \rrbracket$	$\frac{1}{n}$	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$
	$\mathcal{U}(\llbracket a, b \rrbracket)$	$(a, b) \in \mathbb{N}^2$ $b \geq a$	$\llbracket a, b \rrbracket$	$\frac{1}{b-a+1}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)(b-a+2)}{12}$
Loi de Bernoulli	$\mathcal{B}(1, p)$	$p \in]0, 1[$	$\{0, 1\}$	$\begin{cases} p & \text{si } k=1 \\ q & \text{si } k=0 \end{cases}$	p	pq
Loi binomiale	$\mathcal{B}(n, p)$	$n \in \mathbb{N}^*$, $p \in]0, 1[$	$\llbracket 0, n \rrbracket$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Loi géométrique	$\mathcal{G}(p)$	$p \in]0, 1[$	\mathbb{N}^*	$p q^{k-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$
Loi de Poisson	$\mathcal{P}(\lambda)$	$\lambda > 0$	\mathbb{N}	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ

2. Donner la définition de v.a.r. X .

- On dit que X est une **variable aléatoire réelle** définie sur un espace probabilisable (Ω, \mathcal{A}) si :
 - (i) X est une application de Ω dans \mathbb{R} ($X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$)
 - (ii) $\forall x \in \mathbb{R}, [X \leq x] = \{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{A}$
- L'image de X , notée $X(\Omega)$ est nommée **support** de X .

3. On considère une v.a.r. X dont la fonction de répartition est donnée par le graphe suivant.



a. Quelle est la loi de X ? (on représentera le résultat sous forme d'un tableau)

$x \in X(\Omega)$	0	1	2	3
$\mathbb{P}([X = x])$	0.125	0.375	0.375	0.125

b. BONUS : quelle loi classique reconnaissez-vous? On donnera précisément les paramètres.

Soit $k \in \llbracket 0, 3 \rrbracket$. On remarque que : $\mathbb{P}([X = k]) = \binom{3}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \binom{3}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{1}{2}\right)^{3-k}$

Ainsi : $X \hookrightarrow \mathcal{B}\left(3, \frac{1}{2}\right)$.

c. Quelles sont les propriétés vérifiées par une fonction de répartition?

1) $\forall x \in \mathbb{R}, 0 \leq F_X(x) \leq 1$.

2) F_X est croissante.

3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$

4) F_X est continue à droite en tout point $x \in \mathbb{R}$.

Autrement dit : $\forall x \in \mathbb{R}, \lim_{\substack{t \rightarrow x \\ t > x}} F_X(t) = F_X(x)$

5) F_X admet une limite finie à gauche en tout point $x \in \mathbb{R}$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, \lim_{\substack{t \rightarrow x \\ t < x}} F_X(t) = F_X(x) - \mathbb{P}([X = x]) = \mathbb{P}([X < x])$$