

**Interrogation 10**

---

1. Notons  $f : x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{e^{-xt}}{\sqrt{1+t}} dt$ .

a) Démontrer que  $f$  est définie sur  $]0, +\infty[$ .

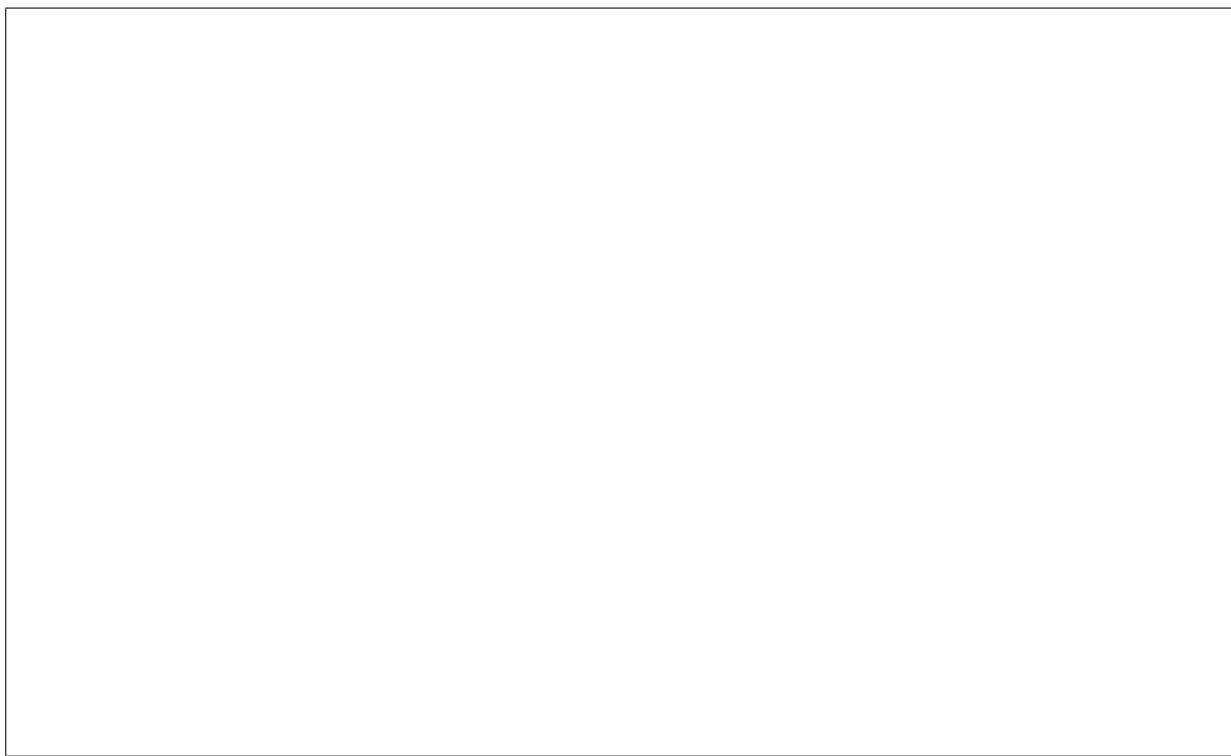
b) Démontrer que la fonction  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $]0, +\infty[$ .

2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on note :

$$\times h_n : t \mapsto \frac{1}{1 + t^2 + t^n e^{-t}}.$$

$$\times u_n = \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + t^2 + t^n e^{-t}} dt.$$

a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , démontrer que  $f_n$  est intégrable sur  $[0, +\infty[$ .



b) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

