

**Interrogation 14**

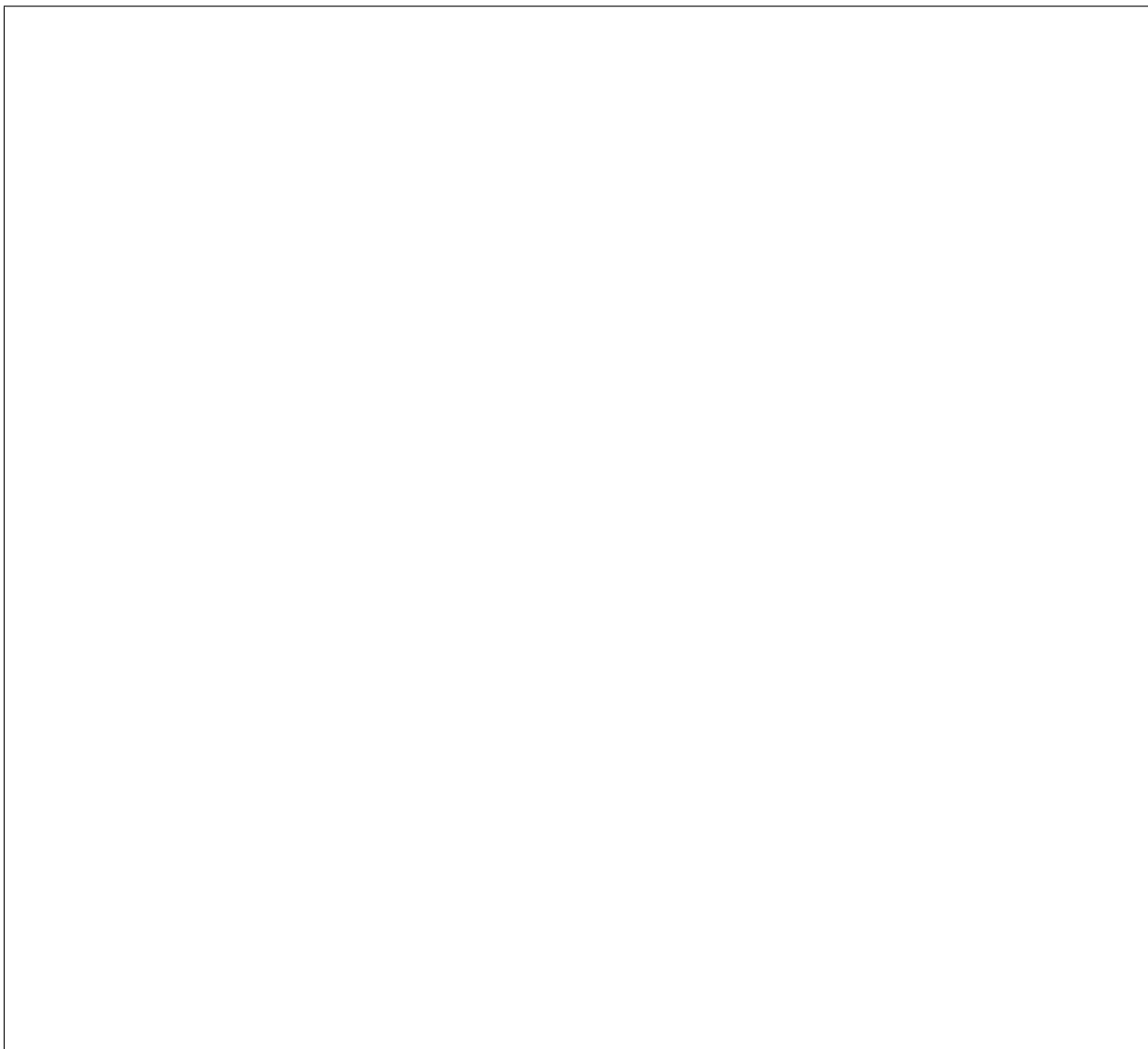
Des électrons sont émis pendant une période  $T$ . On considère que chaque électron est efficace avec une probabilité  $p \in ]0, 1[$ . On suppose que le nombre  $N$  d'électrons émis pendant cette période est une variable aléatoire qui suit une loi de Poisson de paramètre  $\lambda > 0$ .

On note  $X$  (resp.  $Y$ ) la variable qui prend pour valeur le nombre d'électrons efficaces (resp. inefficaces).

1. Pour  $j \in \mathbb{N}$ , déterminer la loi de  $X$  conditionnellement à l'événement  $\{N = j\}$ .

2. Démontrer :  $\forall (i, j) \in \mathbb{N}^2, \mathbb{P}(\{X = i\} \cap \{N = j\}) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^j}{j!} \binom{j}{i} p^i (1-p)^{j-i}$ .

3. En déduire la loi de  $X$ . Donner sans calcul  $\mathbb{E}(X)$  et  $\mathbb{V}(X)$ .



4. Montrer que  $X$  et  $Y$  sont indépendantes.

