Nom et prénom :

PSI
Mathématiques

Interrogation 16

On note $\mathscr{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$.

On considère l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice représentative dans la base $\mathscr{B}$ est $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer χ_f, le polynôme caractéristique de l'endomorphisme f.

2. À quoi sert le calcul de χ_f ? Rappeler le résultat.
En déduire que f possède deux valeurs propres : $\lambda_1 > 0$ et $\lambda_2 < 0$ que l'on déterminera.

3. Déterminer $\dim\left(E_{\lambda_2}(f)\right)$ par un raisonnement ne nécessitant pas le calcul de $E_{\lambda_2}(f)$.

4. Déterminer $E_{\lambda_1}(A)$ (par « lecture matricielle ») et en déduire $E_{\lambda_1}(f)$.

5. Justifier que f est diagonalisable.