Nom et prénom :

PSI
Mathématiques

Interrogation 8

---

1. Rappeler les définitions :

a) de convergence simple d'une suite de fonctions (f_n) sur un intervalle I vers une fonction f.

b) de convergence uniforme d'une suite de fonctions (f_n) sur un intervalle I vers une fonction f.

c) de convergence simple d'une série de fonctions $\sum f_n$ sur un intervalle I.

d) de convergence uniforme d'une série de fonctions $\sum f_n$ sur un intervalle I.

e) de convergence normale d'une série de fonctions $\sum f_n$ sur un intervalle I.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note : $f_n : x \mapsto \dfrac{\sin(n\,x)}{1+n^2\,x^2}$.

a) Démontrer que la suite (f_n) converge simplement sur $\mathbb{R}$ vers une focntion f à déterminer.

b) Soit $a > 0$. La suite (f_n) converge-t-elle uniformément sur $[a, +\infty[$ vers f ?

c) La suite (f_n) converge-t-elle uniformément sur $]0, +\infty[$ vers f ?
(on pourra penser à l'utilisation judicieuse d'une suite (x_n) de limite nulle)