

Interrogation 8

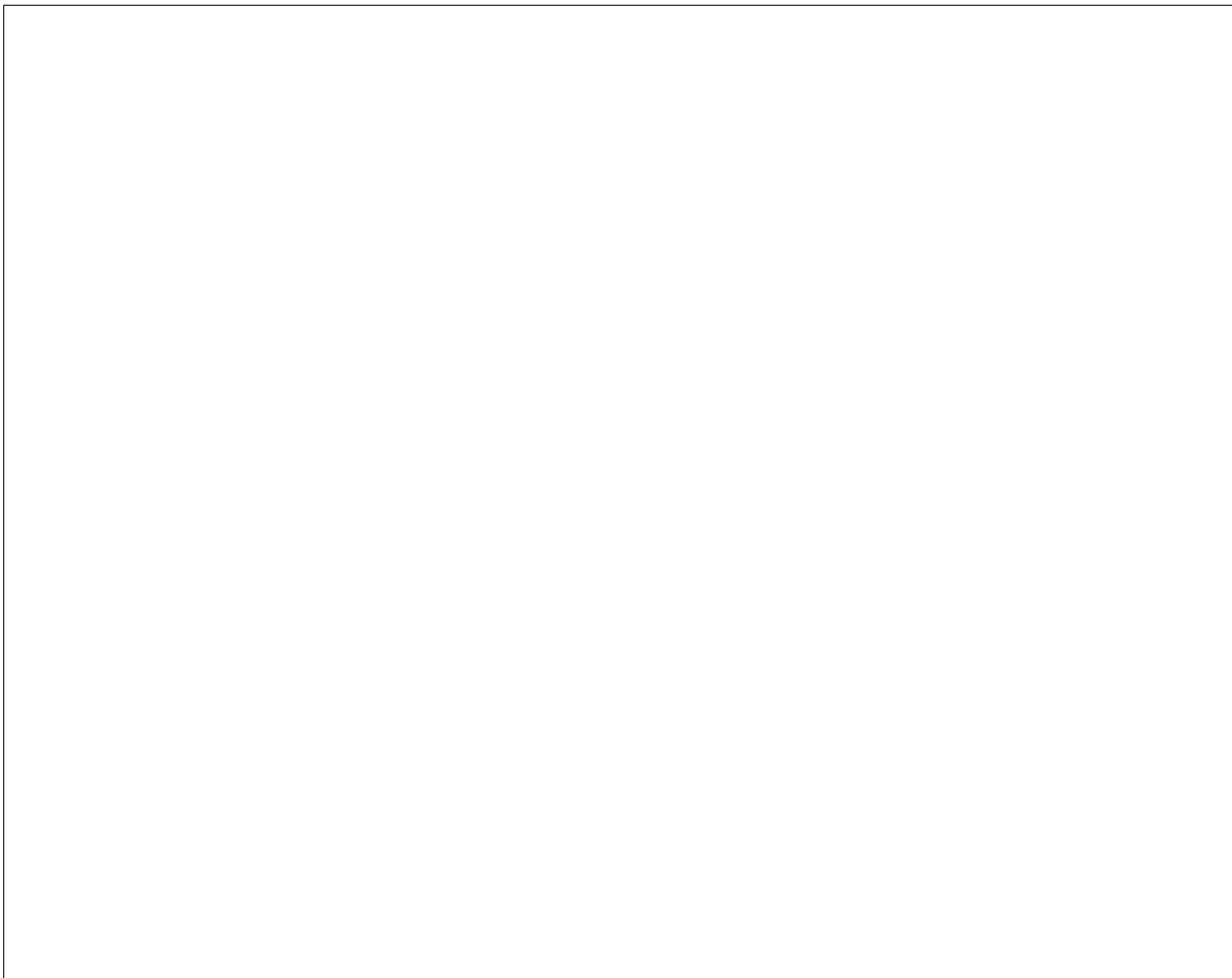
1. Rappeler les définitions :

- a) de convergence simple d'une suite de fonctions (f_n) sur un intervalle I vers une fonction f .
- b) de convergence uniforme d'une suite de fonctions (f_n) sur un intervalle I vers une fonction f .
- c) de convergence simple d'une série de fonctions $\sum f_n$ sur un intervalle I .
- d) de convergence uniforme d'une série de fonctions $\sum f_n$ sur un intervalle I .
- e) de convergence normale d'une série de fonctions $\sum f_n$ sur un intervalle I .

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note : $f_n : x \mapsto \frac{\sin(nx)}{1+n^2x^2}$.

- a) Démontrer que la suite (f_n) converge simplement sur \mathbb{R} vers une fonction f à déterminer.

b) Soit $a > 0$. La suite (f_n) converge-t-elle uniformément sur $[a, +\infty[$ vers f ?



c) La suite (f_n) converge-t-elle uniformément sur $]0, +\infty[$ vers f ?
(on pourra penser à l'utilisation judicieuse d'une suite (x_n) de limite nulle)

