
Interrogation de cours 3

1. a) La famille $(0_{\mathbb{R}[X]}, 1, 2 + X, 1 - X^2)$ est-elle libre ? Justifier.

b) Démontrer que la famille $(X - X^2, X^3 - X^5, X)$ est libre. On exige ici l'utilisation de la méthode correspondant à la vérification de la définition de liberté.

c) De quelle propriété la question précédente est-elle une illustration ? (*à citer avec précision !*)

2. Démontrer que la famille $(1 + X + X^2, 1 - X + X^2, 3X - 2X^2)$ est une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

3. On note : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ et $F = \{X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}) \mid AX = 2X\}$.

Déterminer une base de F et sa dimension (on justifiera).