
Interrogation de cours 7

On considère la fonction $f : x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{\ln(x^2 + t^2)}{1 + t^2} dt$.

1. Démontrer que la fonction f est de classe \mathcal{C}^1 sur $]0, +\infty[$.

2. a) Démontrer : $\forall x > 0, f'(x) = \frac{2x}{1 - x^2} \int_0^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2 + t^2} - \frac{1}{1 + t^2} \right) dt$.

b) En déduire une expression simple pour f .