
Interrogation de cours 15

1. On définit la suite (a_n) par : $\forall n \in \mathbb{N}, a_n = \begin{cases} 3^n & \text{si } n \text{ est impair} \\ \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} - 1 \right) & \text{si } n \text{ est pair} \end{cases}$.

a) Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n x^n$.

- b)** Déterminer une expression simple de $f : x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ sur $] -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}[$ (il est conseillé de découper la somme suivant la parité de l'indice de sommation)

- 2.** On souhaite déterminer le rayon de convergence R de la série entière $\sum \ln(n) x^n$.

- a)** Rappeler la définition de rayon de convergence pour une série entière de la variable réelle.

- b)** En raisonnant sur la suite $(\ln(n))$, majorer R .

- c)** Rappeler (sans démonstration), l'inégalité de convexité classique vérifiée par la fonction $\ln$.

- d)** À l'aide de la question précédente (utilisée judicieusement), minorer R .