

Interrogation de cours 7

On considère la fonction $f : x \mapsto \int_0^{+\infty} \sin\left(\frac{t}{x}\right) e^{-t} dt$.

1. À l'aide du théorème de convergence dominée, déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. Démontrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, la fonction $t \mapsto \sin\left(\frac{t}{x}\right) e^{-t}$ est intégrable sur $[0, +\infty[$.

3. Démontrer que la fonction f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $]0, +\infty[$ et exprimer f' sous forme intégrale.