

Interrogation de cours 9

On note $E = \mathbb{R}^3$.

Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ l'endomorphisme dont la matrice représentative dans la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ de E est :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

1. L'endomorphisme f est-il bijectif?

Que peut-on en déduire?

2. Démontrer : $\chi_f(X) = X(X+1)^2$.

On attend les calculs sur la feuille (il n'est pas nécessaire de mentionner les opérations effectuées).

3. Déterminer $\dim(E_0(f))$.

4. a) Déterminer $E_{-1}(f)$ (selon la méthode de votre choix).

b) L'endomorphisme f est-il diagonalisable (sur $\mathbb{R}$) ?

- Dans cet exercice, on considère E un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension $n = 5$ et $f \in \mathcal{L}(E)$ un endomorphisme de E .
- On suppose : $f^3 = 3f^2 - 2f$.

5. Déterminer un polynôme annulateur de f .

Que peut-on en déduire sur les valeurs propres de f ?

6. Démontrer que f est diagonalisable.