
Interrogation de cours 10

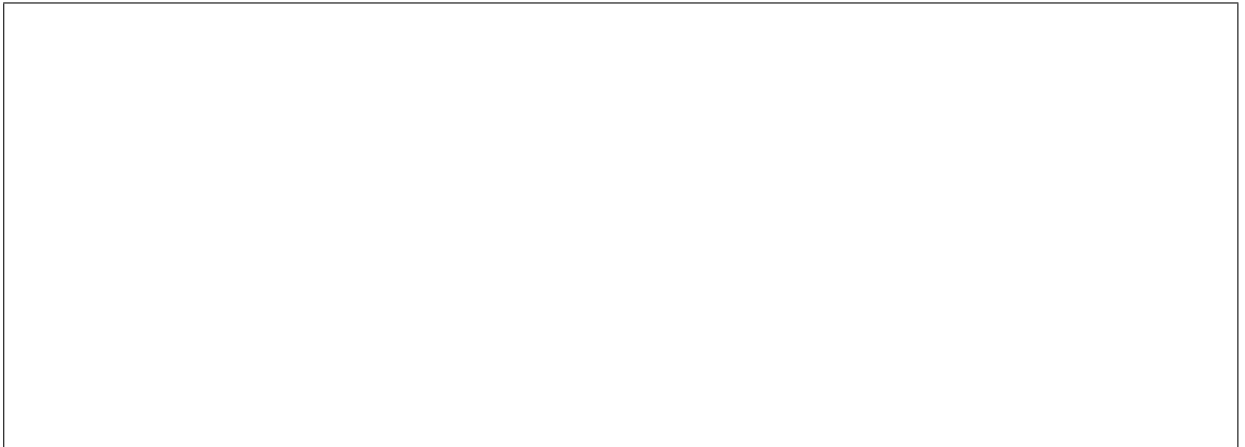
On considère la suite de fonctions (f_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, f_n : x \mapsto \frac{x}{1+n^4 x^4}$.

1. Démontrer que la série de fonctions $\sum f_n$ converge simplement sur \mathbb{R} .

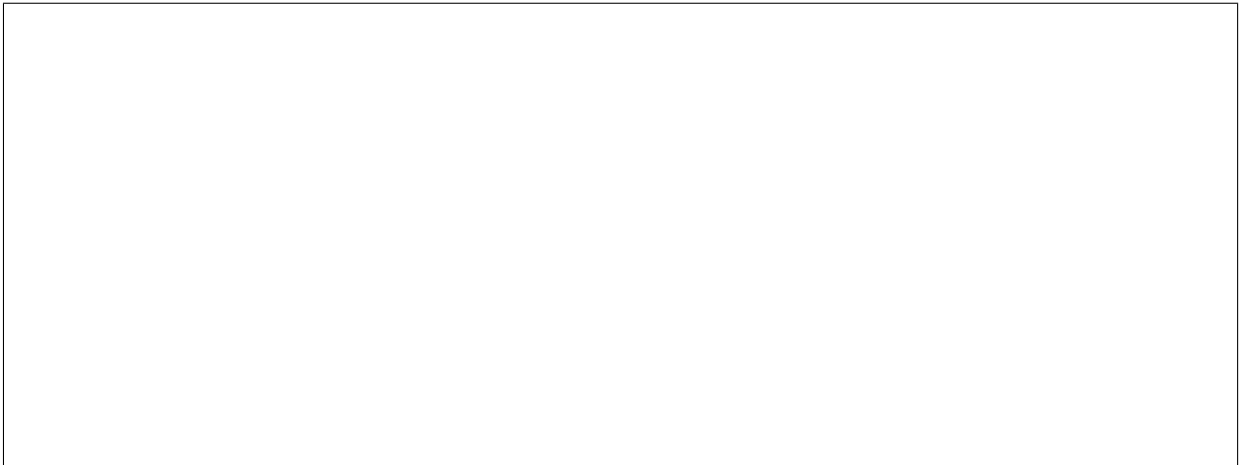
2. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. On suppose $0 < a < b$.

a) Démontrer que la série de fonctions $\sum f_n$ converge normalement sur $[a, b]$.

b) Démontrer que la série de fonctions $\sum f_n$ converge normalement sur $[a, +\infty[$.



3. Démontrer que la fonction $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est continue sur \mathbb{R}^* .



4. Démontrer que la série de fonctions $\sum f_n$ ne converge pas normalement sur $[0, +\infty[$.
On pourra s'intéresser à la série numérique $\sum f_n\left(\frac{1}{n}\right)$.

