

Interrogation 11

- Soit $\lambda > 0$ et soit $p \in]0, 1[$.
- On considère une variable aléatoire réelle X qui suit la loi de Poisson de paramètre λ .
- On considère alors une variable aléatoire Y dont la loi dépend des valeurs prises par X .
- Plus précisément, si la variable aléatoire X prend la valeur $n \in \mathbb{N}$, alors on considère l'expérience consistant à effectuer n lancers successifs d'une pièce de monnaie qui amène Pile avec probabilité p .
(les lancers sont considérés indépendants)
La variable aléatoire Y prend alors pour valeur le nombre de Pile obtenus lors de cette expérience.

1. a) Rappeler l'espérance et la variance de X (sans justification).

b) Déterminer le moment d'ordre 2 de X (c'est-à-dire la valeur de $\mathbb{E}(X^2)$).

2. Exhiber un système complet d'événements associé à l'expérience (on n'attend pas de justification).

3. Soit $n \in \mathbb{N}$ et soit $k \in \mathbb{N}$.

a) Si $k > n$, justifier $\mathbb{P}(\{Y = k\} \mid \{X = n\}) = 0$ (la rédaction du cours est attendue).

b) Si $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$, déterminer $\mathbb{P}(\{Y = k\} \mid \{X = n\})$ (la rédaction du cours est attendue).

c) Soit $k \in \mathbb{N}$. Déterminer $\mathbb{P}(\{Y = k\})$.

d) En reconnaissant une loi usuelle, déterminer l'espérance et la variance de Y .