

Interrogation 12

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note $f_n : x \mapsto e^{-nx} \sin(2nx)$.

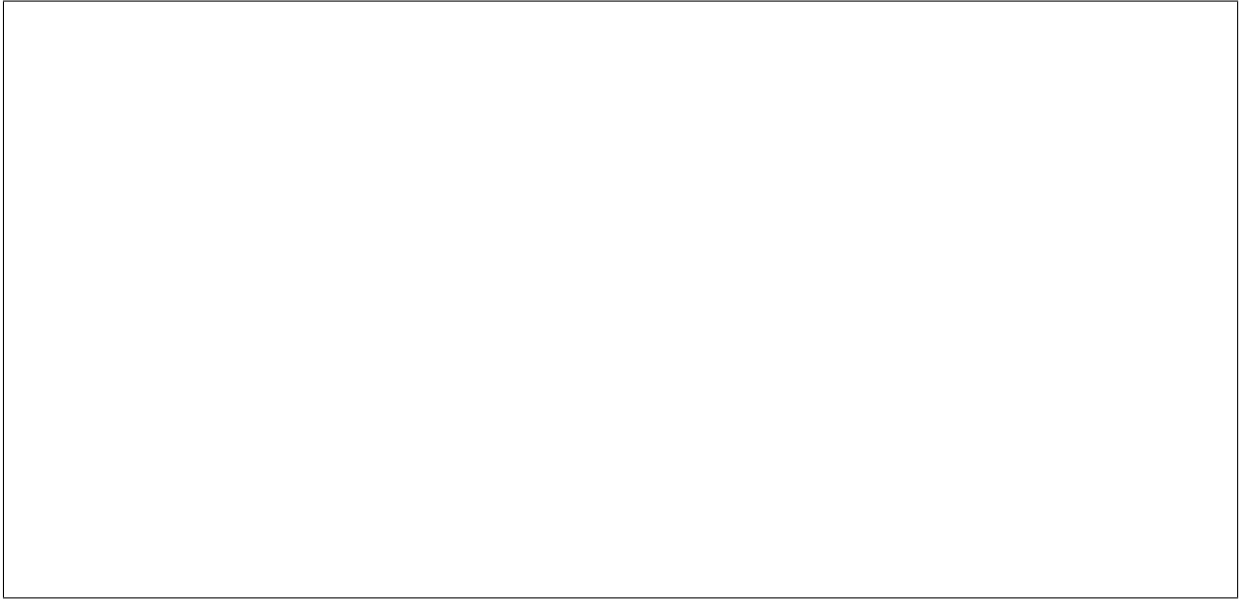
1. Montrer que (f_n) converge simplement sur $[0, +\infty[$ vers une fonction f à déterminer.

2. Montrer qu'il y a convergence uniforme sur $[a, +\infty[$ si $a > 0$.

3. Y a-t-il convergence uniforme sur $[0, +\infty[$?

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on note g_n la fonction $g_n : x \mapsto \frac{1}{n^2x + n}$.

4. On note $S : x \mapsto \sum_{k=1}^{+\infty} g_k(x)$. Trouver le domaine de définition de S .



5. Montrer que S est de classe \mathcal{C}^1 sur $]0, +\infty[$.

