
Interrogation de cours 16

1. On considère le couple de v.a.r. (X, Y) défini par $X \sim \mathcal{G}(p)$, $Y(\Omega) = \llbracket 2, +\infty \llbracket$ et :

$$\forall (i, j) \in \mathbb{N}^* \times \llbracket 2, +\infty \llbracket, \mathbb{P}(\{X = i\} \cap \{Y = j\}) = \begin{cases} q^{j-2} p^2 & \text{si } i < j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

Déterminer la loi de Y .

2. Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ?

3. On note X et Y deux variables aléatoires. Compléter les assertions suivantes par \Leftarrow , \Rightarrow ou \Leftrightarrow .

$$\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y) \quad \dots \quad X \text{ est indépendante de } Y$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0 \quad \dots \quad X \text{ est indépendante de } Y$$

4. Soient X et Y deux v.a. telles que $X \sim \mathcal{P}(2)$ et $Y \sim \mathcal{P}\left(\frac{1}{2}\right)$.
On suppose : $\text{Cov}(X, Y) = -1$. Déterminer $\mathbb{V}(X - Y)$.

5. Soit $p \in]0, 1[$. Soient X et Y deux v.a. **indépendantes** et de même loi $\mathcal{G}(p)$.

a) Calculer $\mathbb{E}\left(\frac{1}{Y}\right)$.

b) Déterminer $\mathbb{E}\left(\frac{X}{Y}\right)$.