

Interrogation de cours 3

1. Démontrer que $F = \{(u_n) \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}} \mid \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n\}$ est un espace vectoriel.

2. a) La famille $(1 + X^2, 3 - 2X + X^2)$ est-elle libre ? Expliquer.

b) La famille $(1 + X^2, 3 - 2X + X^3, X^4 - X^7, 1 + X^3 + X^6 + X^9)$ est-elle libre ? Expliquer.

3. Démontrer que l'ensemble $G = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{K}) \mid 3x + 2y - z = 0 \right\}$ est un espace vectoriel et en donner une base (*on utilisera la technique du cours adaptée à ce cas*).

4. L'ensemble $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x + y + z = 1\}$ est-il un \mathbb{C} -espace vectoriel ? Expliquer.

5. Démontrer que la famille $((1, 2, 2), (1, 1, 3), (1, -1, 3))$ est libre.