Interrogation de cours 4

1. Soient E et F des ensembles. Soient $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux applications.
Démontrer : $g \circ f$ injective $\Rightarrow$ f injective.

2. Rayer la ou les mentions inutiles (1 en cas de bonne réponse, -1 en cas de mauvaise réponse, 0 en cas d'absence de réponse).
Aucune justification n'est attendue.

a)	Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie $n \in \mathbb{N}^*$. Toute famille de E contenant strictement moins de n vecteurs est libre.	: vrai / faux
b)	Soient E et F des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels. Une application $u : E \to F$ est linéaire si elle est stable par combinaison linéaire.	: vrai / faux
c)	Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie. Soit $p \in \mathbb{N}^*$ et soient $F_1, \ldots, F_p$ des sous-espaces vectoriels de E. La somme $F_1 + \ldots + F_p$ est directe si $\dim(E) = \dim(F_1) + \ldots + \dim(F_p)$.	: vrai / faux
d)	L'ensemble $\{P \in \mathbb{R}[X] \mid P(1) = 1\}$ est un espace vectoriel.	: vrai / faux
e)	Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie. Soient F_1 et F_2 des sous-espaces vectoriels de E. La somme $F_1 + F_2$ est directe si $\dim(E) = \dim(F_1) + \dim(F_2)$ et $F_1 \cap F_2 = \{0_E\}$.	: vrai / faux

3. Soient E et F des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels. Soit $f \in \mathscr{L}(E, F)$.
Rappeler la définition de $\mathrm{Im}(f)$ et $\mathrm{Ker}(f)$.

4. Notons $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$. Déterminer $E_2(A) = \{X \in \mathscr{M}_{3,1}(\mathbb{R}) \mid AX = 2X\}$.
(on rédigera au dos en prenant soin de suivre précisément la rédaction du cours)