

**Interrogation 7**

---

1. À l'aide d'une intégration par parties, démontrer que l'intégrale  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$  est convergente.

On justifiera avec une grande précision la convergence des éléments en présence.

2. La fonction  $t \mapsto \frac{\sin(t)}{t}$  est-elle intégrable en  $+\infty$ ? (aucune justification n'est attendue)

3. Démontrer que l'intégrale  $\int_1^{+\infty} \left( \sin\left(\frac{1}{t}\right) - \frac{1}{t} \right) dt$  est convergente.  
On ne cherchera pas à déterminer sa valeur.

4. Démontrer la convergence et calculer la valeur de  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(1+(\ln(t))^2)} dt$ .

On pourra poser le changement de variable  $\varphi : t \mapsto e^t$ .

5. Déterminer la limite (lorsque  $n \rightarrow +\infty$ ) de  $\left(-\ln(n) + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln(n+k)\right)$ .