

Interrogation 7

1. À l'aide d'une intégration par parties, démontrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ est convergente.

On justifiera avec une grande précision la convergence des éléments en présence.

2. La fonction $t \mapsto \frac{\sin(t)}{t}$ est-elle intégrable en $+\infty$? (aucune justification n'est attendue)

3. Démontrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} \left(\sin\left(\frac{1}{t}\right) - \frac{1}{t} \right) dt$ est convergente.

On ne cherchera pas à déterminer sa valeur.

4. Démontrer la convergence et calculer la valeur de $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(1+(\ln(t))^2)} dt$.

On pourra poser le changement de variable $\varphi : t \mapsto e^t$.



5. Déterminer la limite (lorsque $n \rightarrow +\infty$) de $\left(-\ln(n) + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln(n+k)\right)$.

