

Interrogation de cours 8

Dans la suite, on note $E = \mathbb{R}^3$ et $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de E (on rappelle $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$).

On considère l'endomorphisme $f \in \mathcal{L}(E)$ dont la matrice représentative dans la base \mathcal{B} est :

$$A = \text{Mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer $\chi_f(X)$ et en déduire $\text{Sp}_{\mathbb{R}}(f)$.

2. Déterminer une base de $E_2(f)$.

3. Déterminer $u = f((1, -1, -2))$. En déduire $E_1(f)$.

4. On note \mathcal{B}' la famille obtenue par concaténation des vecteurs apparaissant dans la base de $E_2(f)$ et celle de $E_1(f)$. Démontrer que \mathcal{B}' est une base de \mathbb{R}^3 .

5. Déterminer $D = \text{Mat}_{\mathcal{B}'}(f)$.