

Interrogation 8

1. À l'aide d'une intégration par parties, démontrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ est convergente.

On justifiera avec une grande précision la convergence des éléments en présence.

2. La fonction $t \mapsto \frac{\sin(t)}{t}$ est-elle intégrable en $+\infty$? (aucune justification n'est attendue)

3. Démontrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} \left(\sin\left(\frac{1}{t}\right) - \frac{1}{t} \right) dt$ est convergente.
On ne cherchera pas à déterminer sa valeur.

4. On considère l'intégrale impropre $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(1+(\ln(t))^2)} dt$ et on admet qu'elle est convergente.

Effectuer le changement de variable $\varphi : t \mapsto e^t$.

5. On note $M = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$. Déterminer $E_2(M)$.