
Interrogation de cours 9

On considère la suite de fonctions (f_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, f_n : x \mapsto \frac{1}{(1+x^2)^n}$.

1. Démontrer que la suite de fonctions (f_n) converge simplement sur $[0, +\infty[$ vers une fonction f à déterminer.

2. Soit $a > 0$. Démontrer que la suite de fonctions (f_n) converge uniformément sur $[a, +\infty[$.

3. On souhaite maintenant démontrer que la suite (f_n) ne converge pas uniformément sur $[0, +\infty[$.
- a) En considérant une suite (x_n) (de limite nulle) convenablement choisie, répondre à la question. On veillera à rédiger le plus rigoureusement possible.

- b) Répondre de nouveau à la question en exploitant une propriété de la fonction f .