Illustration du théorème spectral - variations autour d'une matrice

L'étude de la matrice « Attila » (jeu de mots sur le fait que cette matrice ne contient que des (H)uns) est l'occasion de présenter différentes techniques du chapitre de réduction. Voici quelques variations autour de cette matrice.

Exercice 1

Notons $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Justifier, sans calcul que la matrice A est diagonalisable sur $\mathbb{R}$.

2. Démontrer que 0 est valeur propre de A.

3. Déterminer le spectre de A ainsi que

Exercice 2

Notons $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2. En déduire un polynôme annulateur de A.

2. En déduire que la matrice A est diagonalisable sur $\mathbb{R}$.

3. Déduire des questions précédentes le polynôme caractéristique de A.

Exercice 3

Notons $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer χ_A.

2. Déterminer les valeurs propres et les sous-espaces propres de A.

3. Démontrer que A est diagonalisable et la diagonaliser.