

Résolution de systèmes : application à la détermination de sous-espaces propres

Exercice 1

On considère les matrices suivantes.

$$a) M_1 = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 6 & -6 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

$$d) M_4 = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$b) M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$e) M_5 = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) M_3 = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f) M_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour tout $i \in \llbracket 1, 6 \rrbracket$ et tout $\lambda \in \mathbb{R}$, on note :

$$E_\lambda(M_i) = \left\{ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}) \mid (M_i - \lambda I) X = 0 \right\}$$

- a) (i) Déterminer $E_2(M_1)$.
- (ii) Déterminer $E_6(M_1)$.
- (iii) Déterminer $E_{12}(M_1)$.
- b) Déterminer $E_1(M_2)$.
- c) Déterminer $E_2(M_3)$.
- d) (i) Déterminer $E_2(M_4)$.
- (ii) Déterminer $E_4(M_4)$.
- (iii) Déterminer $E_6(M_4)$.
- e) Déterminer $E_2(M_5)$.
- f) (i) Déterminer $E_0(M_6)$.
- (ii) Déterminer $E_3(M_6)$.